

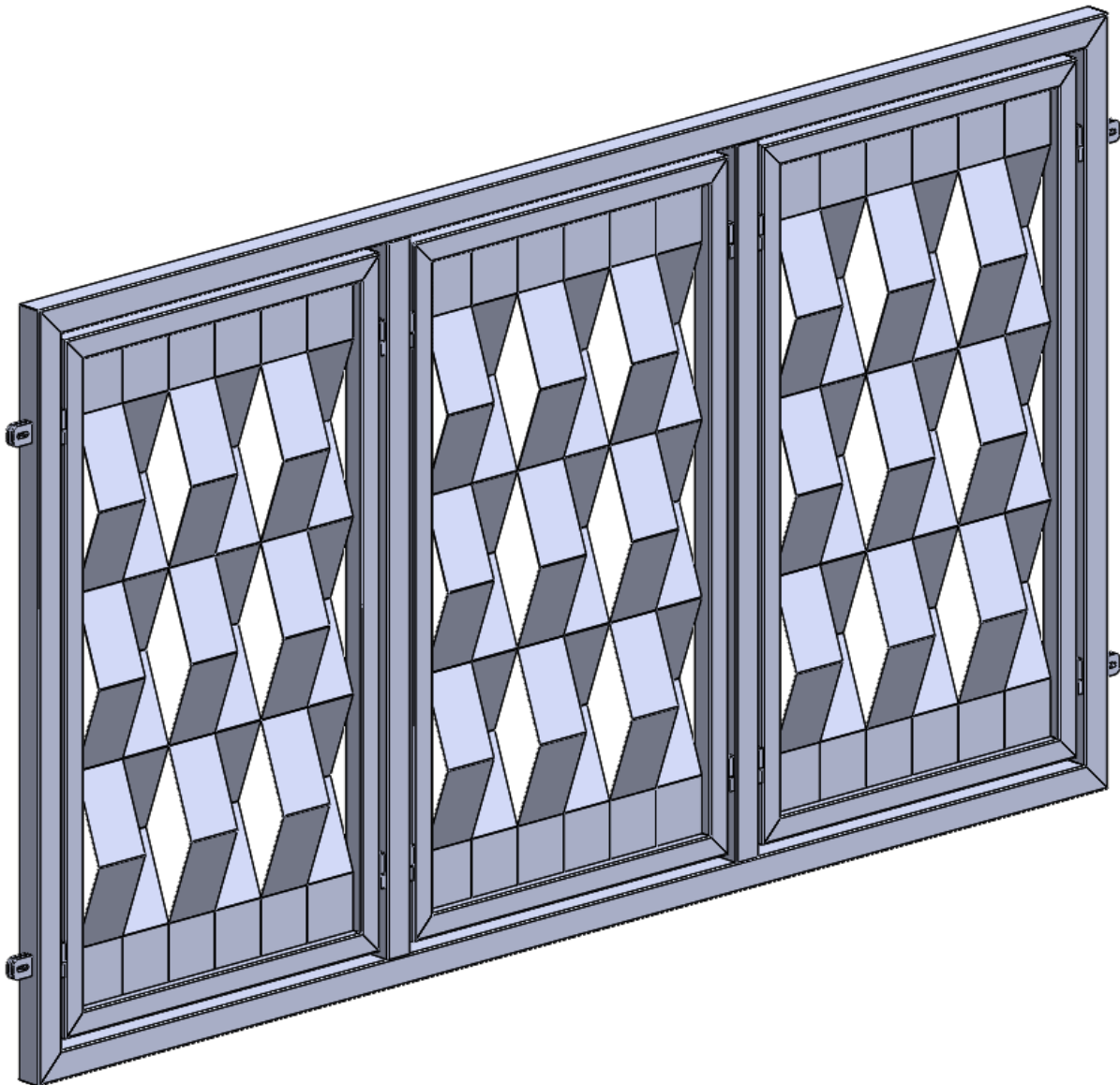
## Wyznaczenie nacisków powierzchniowych w połączeniach sworzniowych

Naciski wyznaczone są ze wzoru:

$$p = \frac{Q}{S}$$

gdzie Q to obciążenie a S to pole, na którym rozkłada się obciążenie. Uzyskana wartość musi być równa lub mniejsza od wartości dopuszczalnej dla słabszego materiału złącza.

**Obliczenia nacisków powierzchniowych dla węzłów rama.**



Rys.1. Rama

Założono, że rama i jej wszystkie jej elementy wykonana jest ze stali o gęstości  $7900\text{kg/m}^3$ . Rama zawieszona jest na 4 podwójnych uchwytych-uszach. Na podstawie objętości elementów całkowitą masę rama określono na 80kg.

grubość blachy  $g=5\text{mm}$

średnica sworznia  $d=9\text{mm}$

siła obciążająca za względu na fakt, że rama podtrzymywana jest przez 4 uchwyty wynosi

$$Q=800\text{N}/4=200\text{N}$$

Przyjęto że materiał uchwyty ma granicę plastyczności  $235\text{MPa}$  co odpowiada stali S235 powszechnie stosowanej na konstrukcje spawane.

Wytrzymałość na rozciąganie (przy założeniu współczynnika bezpieczeństwa 2)  $k_r = 0,5R_e \approx 120\text{MPa}$

Naprężenia dopuszczalne na naciski powierzchniowe  $k_0 = 0,8k_r = 96\text{MPa}$ .

Naciski powierzchniowe w oczku blachy uchwyty:

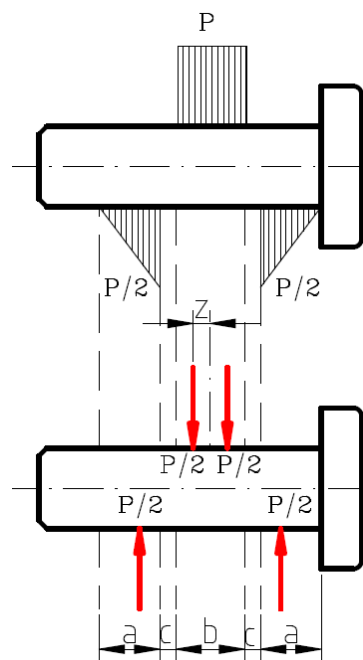
$$p = \frac{Q}{2dg} = \frac{200\text{N}}{2 \cdot 9\text{mm} \cdot 5\text{mm}} = 2,22\text{MPa} \leq k_0$$

Naciski powierzchniowe w oczku słupka

$$p = \frac{Q}{dg} = \frac{200\text{N}}{9\text{mm} \cdot 5\text{mm}} = 4,44\text{MPa}$$

W każdym przypadku wartość jest bezpieczna.

## 5. Wyznaczenie naprężeń zginających w sworzniach



Rys.2. Rozkład obciążenia w sworzniu

Do wyznaczenia naprężeń zginających w sworzniu założono rozkład obciążenia pokazany na Rys.2.

siła obciążająca  $Q=200\text{N}$

$a=5$

$b=5$

$c=0,5$  (luz między uchwytami)

$z=b/4=1,25$

Moment gnący działający na sworznień wynosi:

$$M_g = \frac{P}{2} \left( \frac{a}{3} + c + \frac{b}{4} \right) = \frac{200}{2} \left( \frac{5}{3} + 0,5 + \frac{5}{4} \right) = 341,67\text{Nmm}$$

Naprężenia gnące wynoszą:

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{M_g}{\frac{\pi d^3}{32}} = 10 \frac{M_g}{d^3} = \frac{3416,7 Nmm}{9^3 mm^3} = 4,69 MPa$$

Wynik oznacza, że sworzeń jest w stanie przenieść założone obciążenie.

## Wyznaczenie naprężeń ścinających

Jeden sworzeń ścinany jest w dwóch przekrojach, stąd wartość naprężeń ścinających wynosi:

$$\tau = \frac{Q}{2 \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{200 N}{2 \frac{\pi 9^2 mm^2}{4}} = 1,57 MPa$$

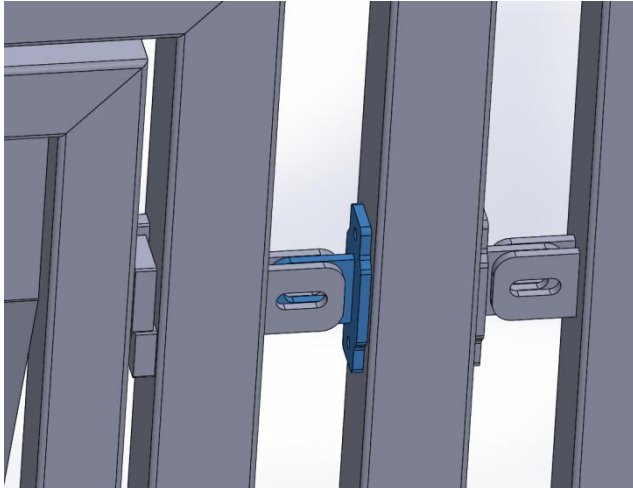
W przypadku ścinania wartość naprężeń dopuszczalnych wynosi  $k_t=0,33R_e=0,33 \cdot 235 MPa=78,33 MPa$

Naprężenia ścinające w tym przypadku nie stanowią zagrożenia dla integralności sworznia.

## Obliczenia MES uchwytu słupka

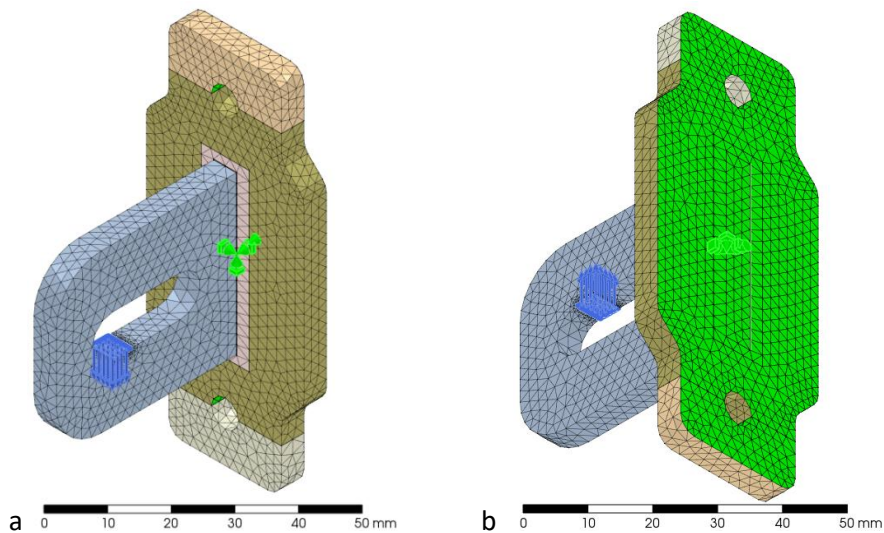
W celu potwierdzenia bezpieczeństwa uchwytów wykonano symulację komputerową uchwytu słupka pokazanego na rysunku 3.

W celu potwierdzenia bezpieczeństwa uchwytów wykonano symulację komputerową



Rys. 3. Uchwyt słupka (oznaczony na niebiesko)

Model numeryczny stworzono w programie ProPoMax (Rys.4).

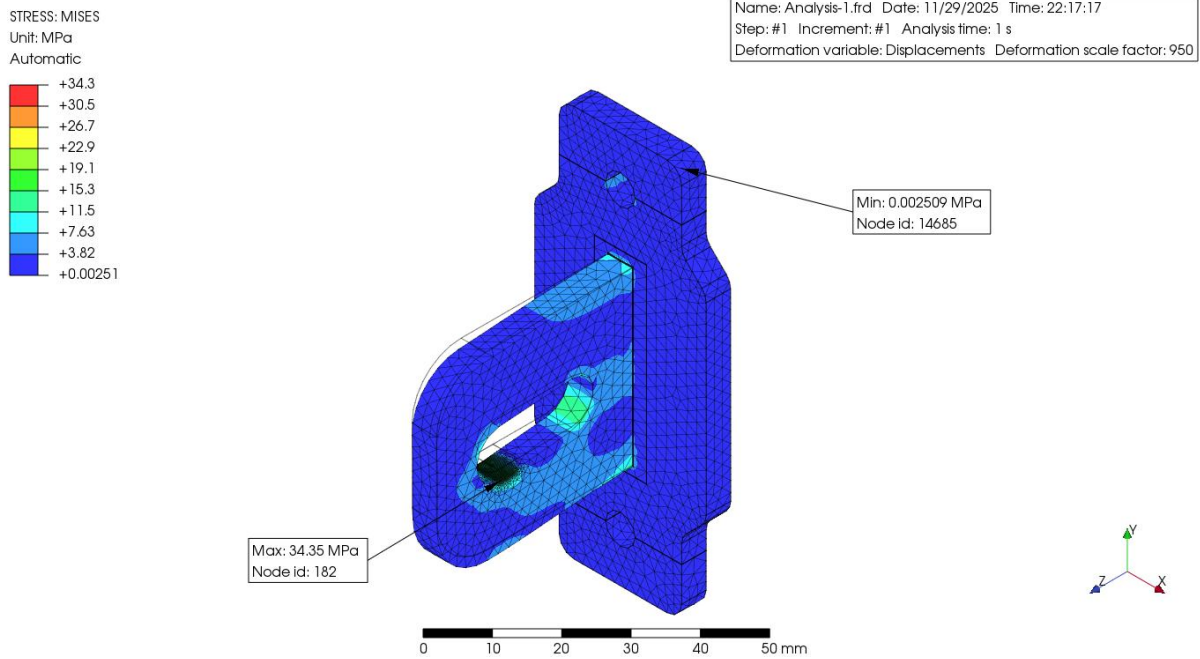


Rys. 4. Model numeryczny uchwytu słupka.

Na Rys. 4 przedstawiono siatkę elementów skończonych oraz warunki brzegowe. Jako obciążenie przyjęto siłę rozłożoną na powierzchni oczka widoczną jako niebieskie strzałki. Strefę kontaktu przyjęto w najmniej korzystnej lokalizacji. Wartości siły wynika z masy całego zespołu (rama plus panele) przenoszonej przez 4 uchwyty i wynosi 200N. Założono, że tylna ścianka uchwytu może się przemieszczać tylko w płaszczyźnie ścianki słupka (zielona powierzchnia na Rys. 4b), zaś ruch w kierunku pionowym (wzdłuż ścianki słupka) blokowany jest przez dwa otwory w płytce.

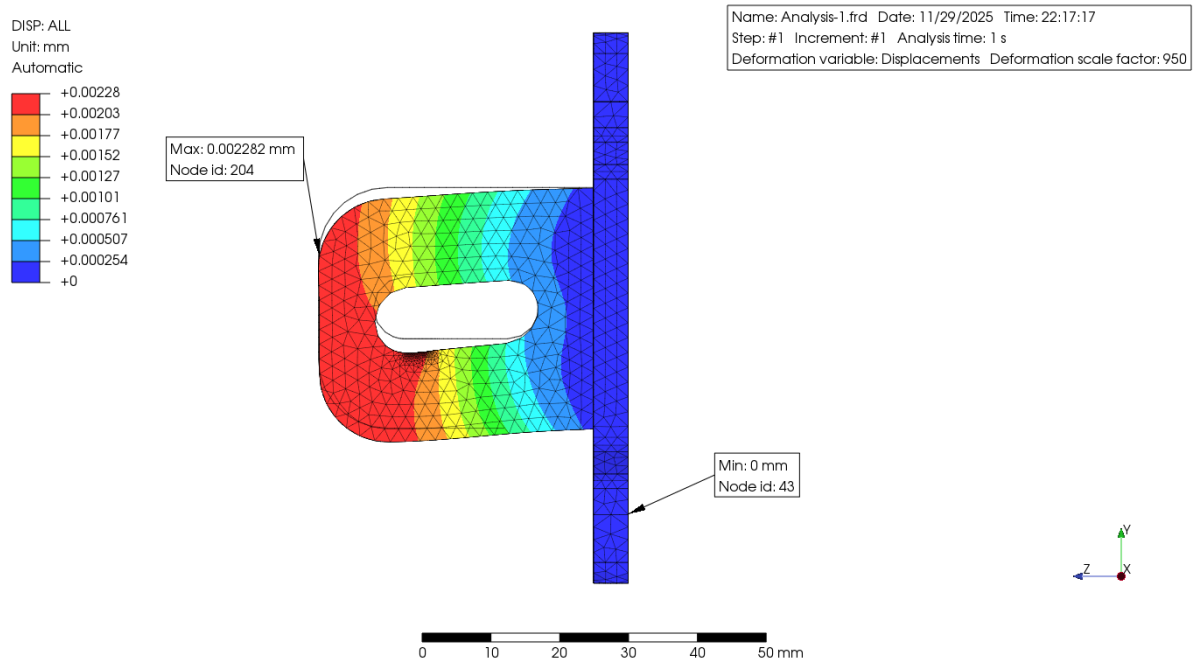
W wyniku obliczeń określono pole naprężeń (Rys. 5) i pole przemieszczeń (Rys.6).

Z uzyskanych wyników w zakresie naprężenia konstrukcja jest bezpieczna. Poziom naprężeń jest ponad 4x niższy od założonych naprężeń dopuszczalnych. Maksymalny poziom wskazywany przez tabliczkę na rysunku to efekt aproksymacji na krawędzi modelu. W rzeczywistości jest dużo niższy i nie przekracza 20MPa.



Rys. 5. Pole naprężeń efektywnych według hipotezy Huber-Misesa.

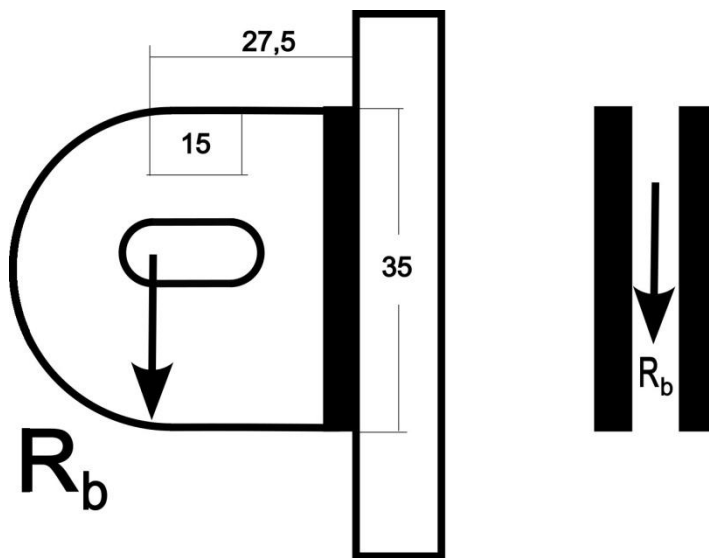
Rozkład przemieszczeń pokazuje, że uchwyt przemieści się zaledwie o 2  $\mu\text{m}$  (na rysunku przemieszczenie to jest wzmacnione dla lepszej prezentacji wyników).



Rys.6. Pole przemieszczeń

## Wyznaczenie rozmiaru spoin w uszach przewodnika

W przypadku uchwytów mocujących najważniejszym problemem jest wyznaczenie wymiarów spoiny łączącej je do słupka (w przypadku ramy ze względu na tę samą grubość blachy naprężenia będą o połowę niższe). Podstawa ucha ma długość  $l=35\text{mm}$  (Rys. 7). Obciążenia wyznaczone w dla jednego uchwytu tj.  $R_b=200\text{N}$  jest przenoszone przez 2 spoiny. Zważywszy, że obciążenie stanowi siła zorientowana pionowo w dół generuje ona dwie składowe naprężenia, które należy wziąć pod uwagę. Grubość blachy ucha 5mm.



Rys. 7. Uchwyt ramy.

Siła  $R_b$  powoduje zginanie mimośrodowe więc mamy do czynienia z dwoma obciążeniami.

Siłę tą przenoszą 2 spoiny dlatego wartość obciążenia wynosi:

$$F = \frac{R_b}{2} = \frac{200\text{N}}{2} = 100\text{N}$$

Maksymalne naprężenia zależą od grubości blachy ucha wynoszącej 5mm. Zakładając dwustronną spoinę należy przyjąć, że maksymalna grubość spoiny wynosi 0,5 grubość łączącego elementu czyli  $g=2,5\text{mm}$ .

Naprężenia ścinające wynoszą:

$$\tau_s = \frac{F}{gl} = \frac{100\text{N}}{2,5\text{mm} \cdot 35\text{mm}} = 1,14\text{MPa}$$

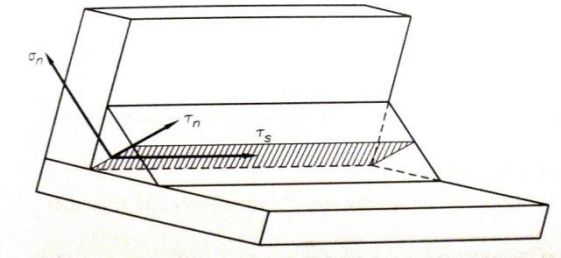
Maksymalne naprężenia zginające po stronie rozciągania wynoszą:

$$\sigma_g = \frac{Mg}{W_x} = \frac{F \cdot x}{\frac{l^2 g}{6}} = \frac{100\text{N} \cdot 27,5\text{mm} \cdot 6}{35\text{mm}^2 \cdot 2,5\text{mm}} = 5,39\text{MPa}$$

Warunek wytrzymałościowy ma postać:

$$\sigma_z = \kappa \sqrt{\sigma_n^2 + 3(\tau_n^2 + \tau_s^2)} \leq k$$

składowe tensora naprężenia przedstawiono na Rys. 8.



Rys.8. Składowe tensora naprężenia obciążające spoinę.

$\kappa$  dla najłagodniejszych materiałów ( $Re \leq 255$ ) wynosi 0.7 stąd poziom naprężeń wynosi:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 0,7 \sqrt{(5,39MPa)^2 + 3(1,14MPa)^2} = \\ &0,7 \sqrt{29,03MPa^2 + 3,92MPa^2} = 4,02MPa \end{aligned}$$

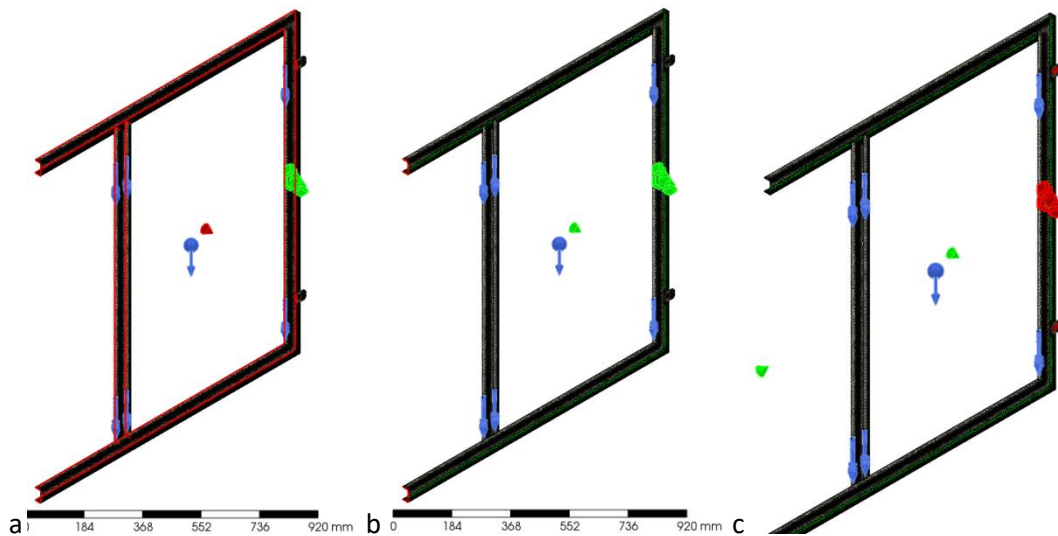
Wynik wskazuje, że spoiny o maksymalnym dopuszczalnym wymiarze z łatwością przeniosą ciężar ramy co daje możliwość zmniejszenia grubości spoiny bez utraty nośności konstrukcji.

## Analiza MES ramy

Przyjęto, że rama wykonana jest ze stali S235 o module Younga  $E=210GPa$ , współczynnika Poissona 0,28 i gęstości  $7800kg/m^3$ . Model wypełniono elementami C3D10 (10-węzłowy tetraedralny element z 4 węzłami całkowania). Siatkę zagęszczano zależnie od geometrii modelu. Ze względu na rozmiary ramy modelowano  $\frac{1}{4}$  obiektu. Zastosowano kilka warunków brzegowych pozwalających na ograniczenie modelu do  $\frac{1}{4}$  obiektu:

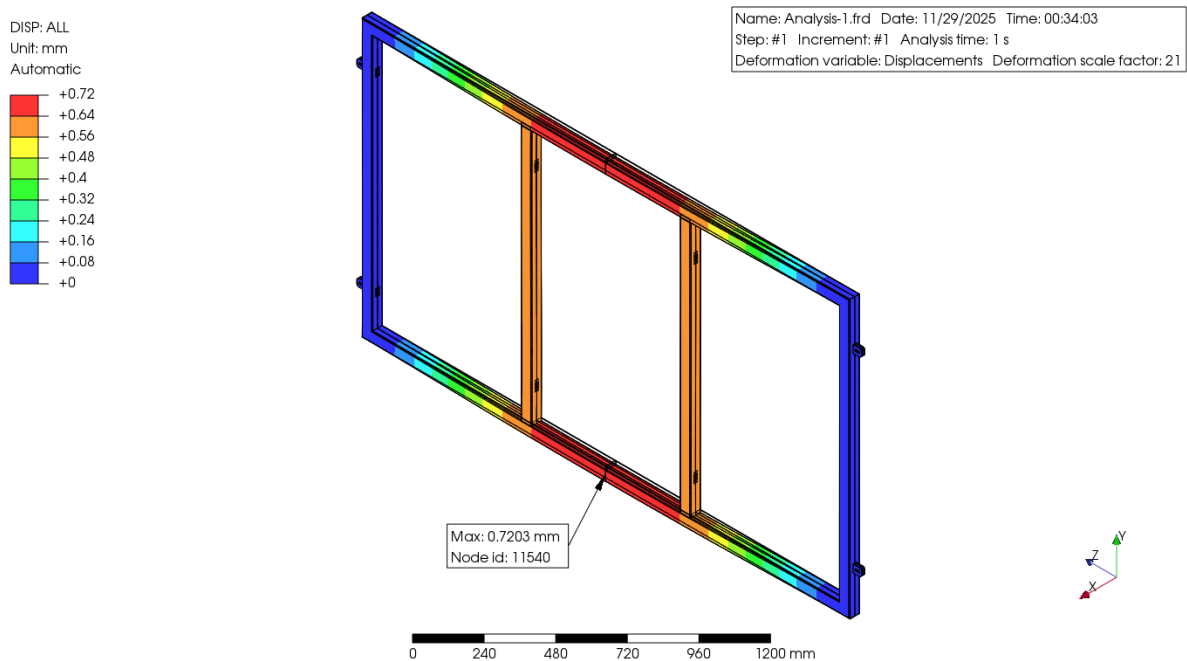
- płaszczyzna symetrii względem osi X na krawędziach oznaczonych na czerwono na Rys. 9a.
- płaszczyzna symetrii względem osi Z na krawędziach oznaczonych na czerwono na Rys. 9b.
- zablokowanie przemieszczenia w uchwytach Rys. 9c.

Na Rys. 9 widać też przyłożone obciążenia. Zastosowano siłę grawitacji do całego modelu oraz ciężar przęśła oszacowany na 20kg i podzielony na 4 uchwyty. W modelu zastosowano to obciążenie w 6 punktach oznaczonych niebieskimi strzałkami.



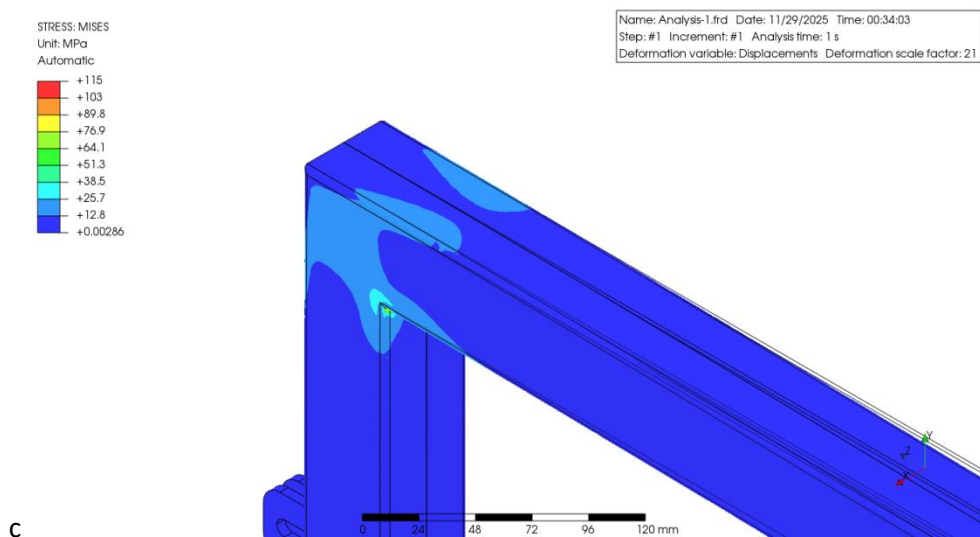
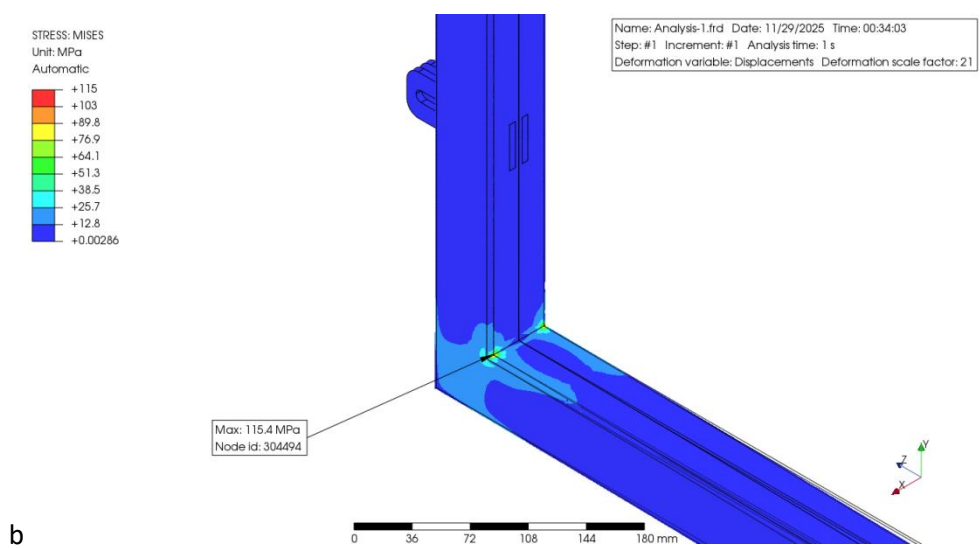
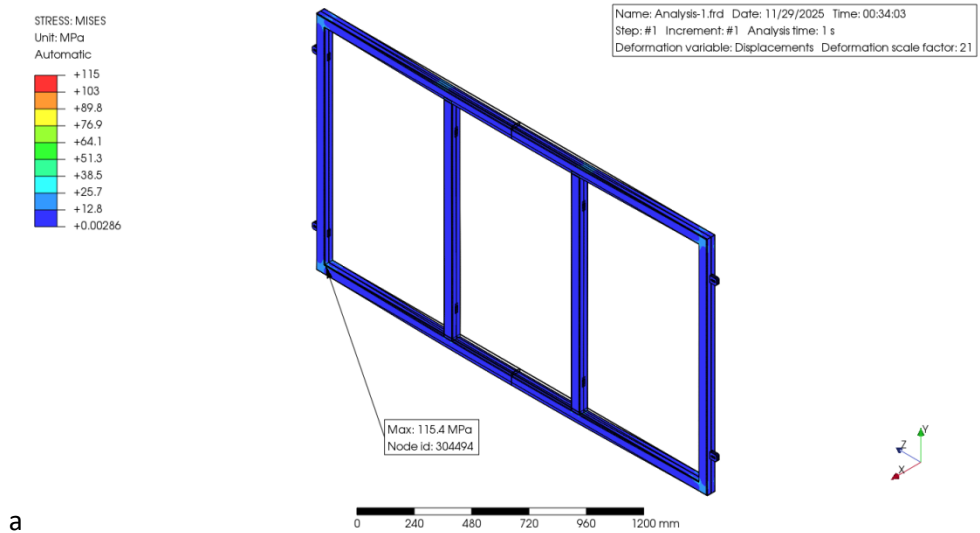
Rys.9 Warunki brzegowe.

Obciążenie to wywołało przemieszczenie w ramie pokazane na Rys.10. W celu wizualizacji model odbito względem wykorzystanych osi symetrii. Z obliczeń wynika, że konstrukcja pod wpływem obciążenia przemieści się w punkcie maksymalnego ugięcia o zaledwie 0,7mm.



Rys. 10. Przemieszczenie konstrukcji.

Z punktu widzenia wytrzymałości najważniejszy jest poziom naprężeń. (Rys. 11). Wynika z niego że maksymalny poziom naprężeń wynosi 115 MPa jednak jak pokazuje Rys. 11b taki wysoki poziom naprężenia należy uznać za artefakt numeryczny wynikający z błędów pojawiających się przy krawędziach łączących powierzchnie zorientowane pod różnymi kątami, dodatkowo wzmocniony faktem nie modelowania spoin. W rzeczywistości poziom naprężenia nie przekracza 40MPa co oznacza, że konstrukcja z powodzeniem przeniesie założone obciążenia.

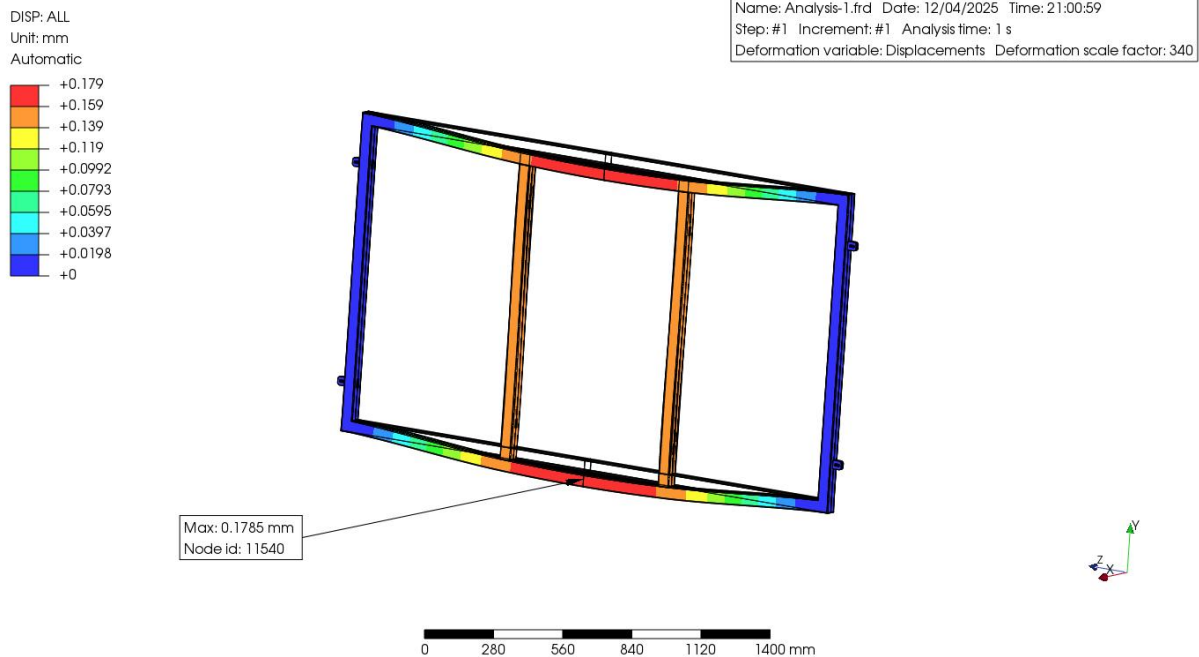


Rys. 11. Poziom naprężenie: widok ogólny (a), szczegół (b).

## Analiza MES ramy dla stopu aluminium

Przyjęto, że rama wykonana jest ze stopu aluminium 1060 o module Younga  $E=69\text{GPa}$ , współczynniku Poissona 0,33 i gęstości  $2700\text{kg/m}^3$ . Pozostałe parametry modelu z wyjątkiem obciążenia pozostały niezmiennie. Zastosowano siłę grawitacji do całego modelu oraz ciężar przęsła oszacowany na 6kg.

Obciążenie to wywołało przemieszczenie w ramie pokazane na Rys.12. Z obliczeń wynika, że konstrukcja pod wpływem obciążenia przemieści się w punkcie maksymalnego ugięcia o zaledwie 0,18mm co jest mniejszą wartością niż w przypadku stali.



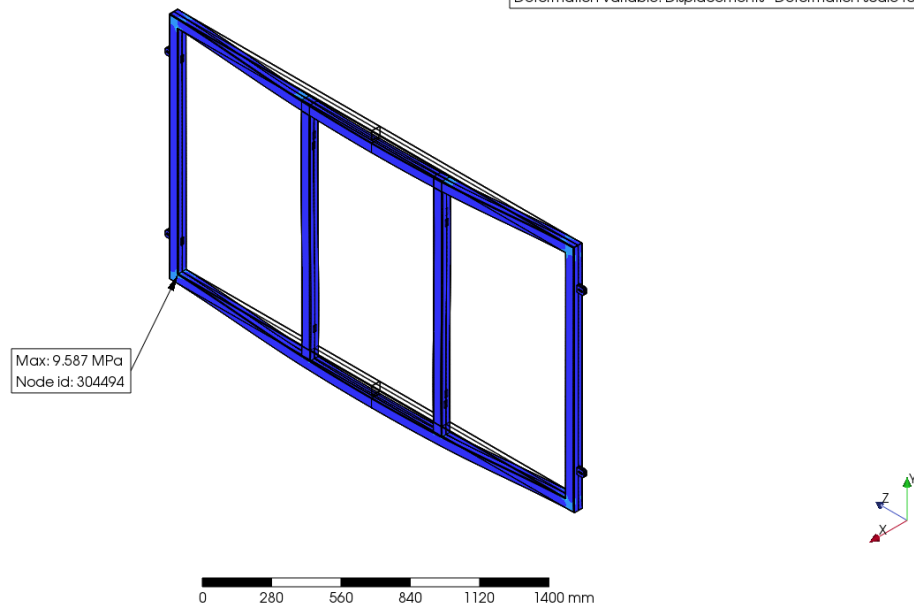
Rys. 12. Przemieszczenie konstrukcji wykonanej ze stopu aluminium.

Maksymalny poziom naprężeń wynosi 9,6 MPa (Rys.13) i jest znacznie niższy od poziomu naprężeń dla dużo cięższej konstrukcji ze stali. Należy jednak pamiętać o dużo niższej wytrzymałości stopów aluminium od stali.

STRESS: MISES  
Unit: MPa  
Automatic

+	9.59
+	8.52
+	7.46
+	6.39
+	5.33
+	4.26
+	3.2
+	2.13
+	1.07
+	5.8E-05

Name: Analysis-1.frd Date: 12/04/2025 Time: 21:00:59  
Step: #1 Increment: #1 Analysis time: 1 s  
Deformation variable: Displacements Deformation scale factor: 340



Rys. 13. Poziom naprężeń: widok ogólny (a), szczegół (b).

Z analizy wynika, że ogrodzenie wykonane z aluminium byłoby w stanie przenieść podstawowe obciążenie wywołane masą konstrukcji, jednak rachunek ekonomiczny wskazuje na niezasadność takiego rozwiązania ze względu na ponad 2x wyższy koszt materiału. Koszt profilu kwadratowego 50x50x2 w przypadku stali to około 20pln zaś taki sam profil wykonany z aluminium to już 50pln. Stopy aluminium dodatkowo sprawiają kłopoty w przypadku spawania co znacznie podwyższy koszty produkcji ogrodzenia. Istotna również jest wytrzymałość zmęczeniowa, która w przypadku stali jest wielokrotnie wyższa.